Из опыта работы: особенности решения геометрических задач при выполнении заданий ОГЭ

Материал подготовлен Косакиной А. М.

Если вы хотите научиться плавать, то смело входите в воду, а если хотите научиться решать задачи, то решайте их.
Д. Пойа.

Геометрия – наиболее уязвимое звено школьной математики. Это связано как с обилием различных типов геометрических задач, так и с многообразием приемов и методов их решения. В отличие от алгебры, в геометрии нет стандартных задач, решающихся по образцу. Практически каждая геометрическая задача требует «индивидуального» подхода.

При решении геометрических задач обычно используются три основных метода:
геометрический – когда требуемое утверждение выводится с помощью логических рассуждений из ряда известных теорем;
алгебраический – когда искомая геометрическая величина вычисляется на основании различных зависимостей между элементами геометрических фигур непосредственно или с помощью уравнений;
комбинированный – когда на одних этапах решение ведется геометрическим методом, а на других – алгебраическим.

Какой бы путь ни был выбран, успешность его использования зависит, естественно, от знания теорем и умения применять их.

К сожалению, геометрия – один из самых нелюбимых детьми предметов. Заметим, что наглядно-образное мышление и воображение наиболее полно развиваются на стыке старшего дошкольного и младшего школьного возраста. А геометрию ученик начинает изучать в 12-13 лет. К этому времени непосредственный интерес к ее освоению уже практически утрачен, еще по-настоящему не проявившись. Но, не смотря на это, значимость геометрии велика и учителю предстоит огромная работа по привитию учащимся интереса к этому предмету, следствием чего является знание его и хорошие результаты при сдаче экзамена.

Геометрия полна приключений, потому что за каждой задачей скрывается приключение мысли. Решить задачу – это значит пережить приключение.
В. Произволов.

Рассмотрим решение задач геометрическим методом.
Геометрические методы: метод длин; метод треугольников; метод параллельных прямых; метод соотношений между сторонами и углами треугольника; метод четырехугольников; метод площадей; метод подобия треугольников; тригонометрический метод (метод, основанный на соотношениях между сторонами и углами треугольника, выраженными через тригонометрические функции); метод геометрических преобразований.

На экзамене геометрические задачи предлагаются в номерах 9, 10, 11, 12 (часть 1), 24, 25, 26 (часть 2). Основные темы, предлагаемые на экзамене это: «Треугольники», «Четырехугольники», «Вписанные углы», «Площади», «Тригонометрия».

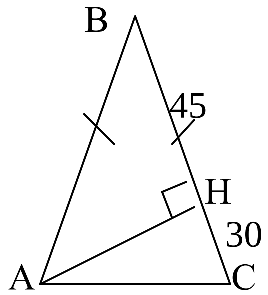
При решении геометрических задач, как правило, учащиеся допускают следующие ошибки.

1. Не внимательное чтение условия задачи.
2. Халатное построение чертежа (от руки, без чертежных инструментов).
3. Неправильный перенос данных задачи на чертеж (либо по незнанию, либо по небрежности).
4. Неумение проанализировать условие задачи и выявить неизвестные величины, возможность нахождения которых вытекает прямо из условия задачи.
5. Неумение применять формулы и теоремы к решению задач.
6. Несоблюдение этапов решения задачи.

Этапы решения геометрических задач.

1. Чтение условия задачи.
2. Выполнение чертежа с буквенными обозначениями.
3. Краткая запись условия задачи.
4. Перенос данных на чертеж.
5. Анализ данных задачи.
6. Составление цепочки действий.
7. Запись решения задачи.
8. Запись ответа.

Рассмотрим решение некоторых задач. (Тренировочные варианты)



№1. В треугольнике ABC AB = BC, а высота BH делит сторону BC на отрезки BH = 45 и CH = 30. Найдите cosB. (условие на слайде)

1. Чтение условия задачи.
2. Выполнение чертежа с буквенными обозначениями
3. Краткая запись условия задачи.

Дано: Δ ABC, AB = BC, BH – высота, H∈BC, BH = 45, CH = 30.
Найти: cosB.

4. Перенос данных на чертеж.
5. Анализ данных задачи.

1. О чем идет речь в условии задачи? (о треугольнике).
2. Что нам известно о треугольнике? (AB = BC).
3. Что надо найти в задаче? (cosB).
4. Из какой фигуры можно найти косинус острого угла? (из прямоугольного треугольника).
5. Есть ли на рисунке прямоугольный треугольник? (ABH).
6. Почему он прямоугольный? (AH – высота).
7. Что называется косинусом острого угла прямоугольного треугольника? (отношение прилежащего катета к гипотенузе).
8. Известны ли нам эти элементы? (катет известен, а гипотенуза нет).

9. Можно ли найти гипотенузу? (по условию AB = BC, BC можно найти).

6. Составление цепочки действий.

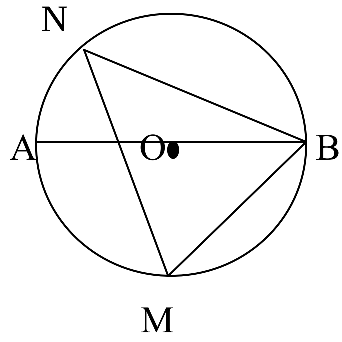
1. Рассмотрим ΔABH и докажем, что он прямоугольный.
2. Записать формулу для нахождения cosB.
3. Найдем сторону BC, зная что по условию она равна стороне AB.
4. Подставим все данные в формулу для нахождения cosB.
5. Запишем ответ.

7. Запись решения задачи.

8. Запись ответа.

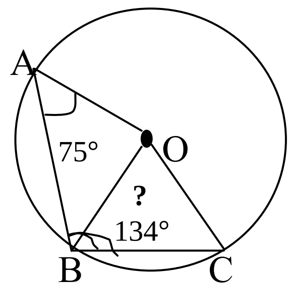
Наибольшее затруднение вызывают задачи на окружности.

№2. AB – диаметр окружности с центром в точке O. Точки M и N лежат на окружности. Угол ABN равен 5°. Найдите угол NMB.



В этой задаче достаточно заметить, что угол AOB центральный, развернутый и опирается на дугу ANB, угол ABN вписанный и опирается на дугу AN, а угол NMB вписанный и опирается на дугу NB.

№3. Точка O – центр окружности, на которой лежат точки A, B, C. Известно, что ∠ABC = 134°, ∠OAB = 75°. Найдите угол BOC.



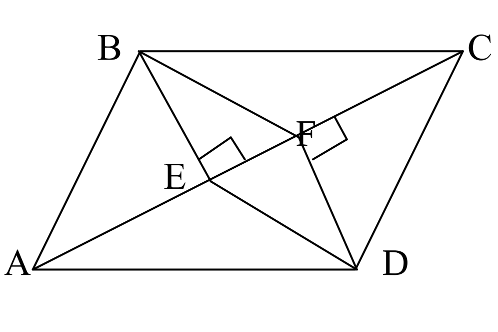
В этой задаче достаточно заметить, что треугольники AOB и BOC равнобедренные

К сожалению, многие ученики не видят этого, потому что не обладают достаточной теоретической базой. Поэтому при подготовке к экзамену необходимо, чтобы у ученика был краткий справочник с необходимым теоретическим материалом.

Многие геометрические задачи решаются не одним способом, поэтому по - возможности надо рассмотреть различные способы решения задачи. Это развивает интерес учащихся к исследовательской стороне геометрии, позволяет им применять наиболее понятный для них метод решения задач, развивает самостоятельность в отыскании путей решения задачи.

Рассмотрим задачу, которая решается не одним способом (2 часть).

№4. В параллелограмме ABCD проведены Перпендикуляры BE и DF к диагонали AC. Докажите, что отрезки BF и DE равны.



Решение:

1. Сначала рассмотрим Δ BAE и ΔDCF и докажем, что они прямоугольные и равные. Отсюда сделаем вывод, что BE = DF.

Затем рассмотрим треугольники BEF и DEF. Докажем, что они прямоугольные и равные. Отсюда сделаем вывод, что BF = DE.

2. Удивительное дело, но самое простое доказательство этой задачи обычно не применяется! Дело в том, что параллелограмм переходит сам в себя при повороте на 180 градусов (ось вращения - точка пересечения диагоналей), и - следовательно - эти отрезки равны так как при таком повороте точки E и F тоже переходят друг в друга (иначе из вершины на диагональ можно было бы опустить два перпендикуляра).

Это решение использует самые первоначальные определения равенства (совпадение при смещении и повороте), и больше ничего.

Подведем итог. Научить решать учащихся геометрические задачи это значит не только подготовить их к хорошей сдаче экзамена, но это значит научить учащихся логически мыслить, доказательно отстаивать свою точку зрения, уметь творчески подходить к любому делу.

Умение мыслить математически – одна из благороднейших способностей человека.
Д. Б. Шоу